

ĐỀ LUYỆN TẬP SỐ 2

8/9/2019

Bài 1. Cho các số thực a, b, c và d thoả mãn $a + b + c + d = 0$. Chứng minh rằng

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3(abc + bcd + cda + dab).$$

Bài 2. Giải phương trình $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3$.

Bài 3. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy + 3x - 2y = 8 \\ x^2 + y^2 - 9x + y + 18 = 0. \end{cases}$$

Bài 4. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương lẻ (m, n) sao cho n là ước của $3m + 1$ và $n^2 + 3$ là bội của m .

Bài 5. Cho đường thẳng d và điểm A không nằm trên d . Gọi B và C là hai điểm di động trên d sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn và $AB < AC$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và D là giao điểm của hai đường thẳng AI và BC . Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại hai điểm phân biệt A và J .

(1) Chứng minh $JI^2 = JD \cdot JA$;

(2) Gọi E là tâm của đường tròn đi qua hai điểm A, D và tiếp xúc với BC tại D . Gọi M là hình chiếu vuông góc của D trên EB và N là hình chiếu vuông góc của D trên EC . Chứng minh các điểm B, I, C, M và N cùng nằm trên một đường tròn;

(3) Gọi K là điểm đối xứng với I qua BC . Đường thẳng AI cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BIC tại hai điểm phân biệt I và G . Chứng minh đường thẳng GK luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6. Xét ba số thực a, b, c thoả mãn $a + b + c = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 - 6abc.$$

Bài 7. Cho số nguyên dương n . Chứng minh rằng số $7^{4n} + 4$ có ít nhất ba ước nguyên tố.

Bài 8. Cho số nguyên $n \geq 2$. Tính tổng của tất cả các phân số có dạng $\frac{1}{ab}$, ở đây a và b là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau sao cho $a < b \leq n$ và $a + b > n$.

Hết

- Đề số 3 sẽ được đăng lên trang <https://www.facebook.com/nttuan.org/> ngày **16/9/2019**.

- Các bạn có thể góp ý bằng cách inbox cho Admin của trang hoặc gửi email cho tôi.