

# ĐỀ LUYỆN TẬP SỐ 1

1/9/2019

**Bài 1.** Chứng minh rằng nếu  $x, y$  và  $z$  là các số thực có tổng bằng 0 thì

$$2(x^5 + y^5 + z^5) = 5xyz(x^2 + y^2 + z^2).$$

**Bài 2.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $(a + \sqrt{a^2 + 3})(b + \sqrt{b^2 + 3}) = 3$ . Tính  $a + b$ .

**Bài 3.** Cho ba số nguyên dương  $a, b$  và  $c$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = c^2$ . Chứng minh rằng

(1)  $a^3 + b^3 + c^3$  chia hết cho  $a + b + c$ ;

(2)  $a^5 + b^5 + c^5$  chia hết cho  $a + b + c$ .

**Bài 4.** Tìm tất cả các bộ số thực  $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$  sao cho

$$x_i = 1 + \frac{6x_i^2}{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, 10.$$

**Bài 5.** Cho tam giác nhọn  $ABC$  cân tại  $A$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ .  $D$  là một điểm trên tia đối của tia  $AB$  ( $D$  khác  $A$ ). Gọi đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AOD$  là  $(O')$ .  $E$  là giao điểm thứ hai của  $(O')$  và đường thẳng  $AC$ . Hai đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $F$ . Gọi  $G$  là điểm sao cho  $ADGE$  là hình bình hành.

(1) Chứng minh rằng  $\widehat{AFG} = 90^\circ$ ;

(2) Đường thẳng đi qua  $F$  và vuông góc với  $BF$  cắt  $(O')$  tại điểm thứ hai  $H$ . Chứng minh rằng khi  $D$  di động trên tia đối của tia  $AB$  ( $D$  khác  $A$ ), đường tròn ngoại tiếp tam giác  $FGH$  luôn đi qua một điểm cố định nằm trên  $(O)$ .

**Bài 6.** Cho số nguyên dương  $n$ . Xét các số nguyên dương  $x$  và  $y$  sao cho

$$\frac{xy}{x+y} > n.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{xy}{x+y}$ .

**Bài 7.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3, AD = 4$ . Chứng minh rằng với mọi điểm  $M$  nằm bên trong hình chữ nhật ta có

$$MA + MB + MC + MD < 12.$$

**Bài 8.** Cho  $A = \{1, 2, \dots, 2019\}$  là tập hợp gồm 2019 số nguyên dương đầu tiên. Xét các tập hợp con  $S$  của  $A$  có tính chất: Với ba phần tử phân biệt bất kỳ của  $S$ , tồn tại hai phần tử  $m$  và  $n$  trong chúng sao cho  $|\sqrt{m} - \sqrt{n}| \geq 1$ . Hỏi  $S$  có thể có nhiều nhất bao nhiêu phần tử?

- - - Hết - - -

- Đề số 2 sẽ được đăng lên trang <https://www.facebook.com/nttuan.org/> ngày **8/9/2019**.

- Các bạn có thể góp ý bằng cách inbox cho Admin của trang hoặc gửi email cho tôi.