

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2016 – 2017

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : **TOÁN**

Ngày thi : 09 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài : 150 phút

(Dành cho thí sinh thi chuyên Toán)

Bài I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $x^4 - 2x^3 + x - \sqrt{2(x^2 - x)} = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y - 4x = 0 \\ 4x^2 - 4xy^2 + y^4 - 2y + 4 = 0 \end{cases}$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $abc \neq 0$. Tính $P = \frac{ab^2}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca^2}{c^2 + a^2 - b^2}$.

2) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn $2^x \cdot x^2 = 9y^2 + 6y + 16$.

Bài III (2,0 điểm)

1) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh

$$\frac{2a^2}{a+b^2} + \frac{2b^2}{b+c^2} + \frac{2c^2}{c+a^2} \geq a+b+c.$$

2) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2 + 2\sqrt{12n^2 + 1}$ là số nguyên. Chứng minh $2 + 2\sqrt{12n^2 + 1}$ là số chính phương.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao BB', CC' cắt nhau tại điểm H . Gọi M là trung điểm của BC . Tia MH cắt đường tròn (O) tại điểm P .

1) Chứng minh hai tam giác BPC' và CPB' đồng dạng.

2) Các đường phân giác của các góc $\widehat{BPC'}$, $\widehat{CPB'}$ lần lượt cắt AB, AC tại các điểm E và F . Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF ; K là giao điểm của HM và AO' .

a) Chứng minh tứ giác $PEKF$ nội tiếp.

b) Chứng minh các tiếp tuyến tại E và F của đường tròn (O') cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O) .

Bài V (1,0 điểm)

Cho 2017 số hữu tỷ dương được viết trên một đường tròn. Chứng minh tồn tại hai số được viết cạnh nhau trên đường tròn sao cho khi bỏ hai số đó thì 2015 số còn lại không thể chia thành hai nhóm mà tổng các số ở mỗi nhóm bằng nhau.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : Số báo danh :

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1 : Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2 :