

Tứ giác nội tiếp với các đường chéo vuông góc

Trong các bài tập từ 1 đến 6, ABCD là tứ giác nội tiếp $AC \perp BD, AC \cap BD = P$. Với O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

Bài 1: Từ các đỉnh A,B hạ các đường vuông góc xuống cạnh CD, cắt các đường chéo tại các điểm K,M. Chứng minh rằng AKMB là hình thoi.

Bài 2: Biết bán kính của đường tròn ngoại tiếp là R.

a) Tính $AP^2 + BP^2 + CP^2 + DP^2$.

b) Tính tổng bình phương các cạnh của tứ giác ABCD.

Bài 3: Chứng minh rằng đường gấp khúc AOC chia ABCD ra làm hai hình có diện tích bằng nhau.

Bài 4: Chứng minh rằng khoảng cách từ O đến cạnh AB bằng nửa độ dài cạnh CD.

Bài 5: Chứng minh rằng đường thẳng kẻ từ điểm P vuông góc với BC sẽ chia đôi cạnh AD.

Bài 6: Tính tổng bình phương các đường chéo, nếu biết độ dài đoạn thẳng $OP=d$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp R.

Bài 7: Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O và hai đường chéo vuông góc với nhau tại H(khác O). Gọi M và N là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB và BC tương ứng. P,Q là giao điểm của các đường thẳng MH,NH với các đường thẳng DC,DA tương ứng. Chứng minh rằng $PQ \parallel AC$ và các điểm M,N,P,Q nằm trên một đường tròn.

Bài 8. Cho tứ giác ABCD có góc A nhọn và các đường chéo vuông góc với nhau tại M. Gọi P là trung điểm của CD và H là trực tâm của tam giác ABD.

a) Tính tỷ số PM/DH ;

b) Gọi N và K lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và D của tam giác ABD, Q là giao điểm của hai đường KM và BC. Chứng minh rằng $MN=MQ$.

c) Chứng minh rằng BQNK nội tiếp.